

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2024**
Α΄ ΦΑΣΗ**Ε_3.Φλ3Θ(α)**

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Τετάρτη 3 Ιανουαρίου 2024
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ Α**

- A1. γ
A2. β
A3. γ
A4. δ
A5. α. Σ
β. Λ
γ. Λ
δ. Σ
ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό το (α)

Από το διάγραμμα διαπιστώνουμε ότι: $\frac{3}{2}T_1 = T_2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2}$.

$$\text{Οπότε } \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2}.$$

Επίσης από το διάγραμμα:

$$v_1^{\max} = 2 v_2^{\max} \Rightarrow \omega_1 A_1 = 2 \omega_2 A_2 \Rightarrow \frac{3}{2} \omega_2 A_1 = 2 \omega_2 A_2.$$

$$\text{Άρα } \frac{A_1}{A_2} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Επομένως } \frac{\Sigma F_1^{\max}}{\Sigma F_2^{\max}} = \frac{D_1 A_1}{D_2 A_2} = \frac{m_1 \omega_1^2 A_1}{m_2 \omega_2^2 A_2} = \frac{3}{2}.$$

B2. Σωστό το (α)

Η συνολική ορμή του μονωμένου συστήματος των Σ , Σ_1 και Σ_2 παραμένει σταθερή. Εφόσον το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση κινείται στον άξονα $x'x$ η συνολική ορμή του συστήματος των παραπάνω σωμάτων στον άξονα $y'y$ πριν και μετά την κρούση είναι ίση με μηδέν.

Από την διατήρηση της ορμής στον άξονα $y'y$, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω, έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{πριν } y} = \vec{p}_{\text{μετά } y} \Rightarrow M_2 v_2 - M_1 v_1 = 0 \Rightarrow$$

$$M_2 v = m 2v \Rightarrow M_2 = 2m.$$

Από την διατήρηση της ορμής στον άξονα $x'x$ θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά έχουμε:

$$\vec{p}_{\text{πριν } x} = \vec{p}_{\text{μετά } x} \Rightarrow M v_{\Sigma} = (M + M_1 + M_2) v_K \Rightarrow 3m \cdot 2v = (3m + m + 2m) v_K \Rightarrow v_K = v,$$

όπου v_K η κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα τρία σώματα αμέσως μετά την κρούση.

Η κινητική ενέργεια των τριών σωμάτων λίγο πριν την κρούση είναι ίση με:

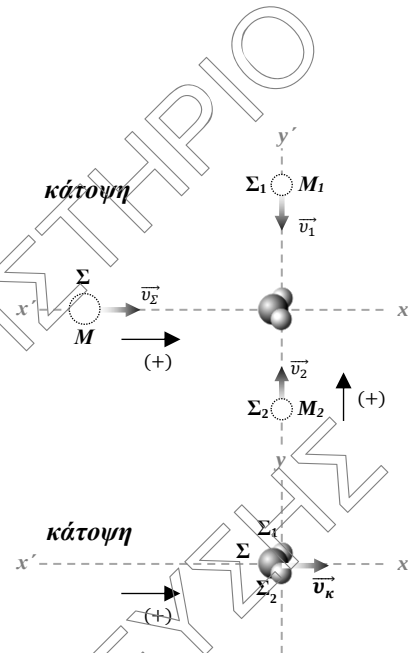
$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} M v_{\Sigma}^2 + \frac{1}{2} M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2 = \frac{1}{2} 3m 4v^2 + \frac{1}{2} m 4v^2 + \frac{1}{2} 2m v^2 = 9mv^2.$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι ίση με: $K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (M + M_1 + M_2) v_K^2 = \frac{1}{2} 6mv^2 = 3mv^2.$

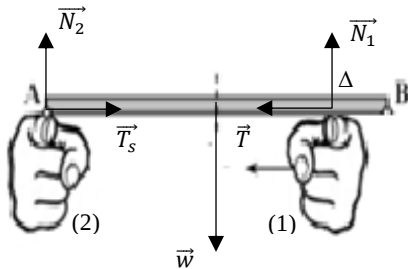
Επομένως η θερμότητα λόγω κρούσης είναι ίση με: $Q = |\Delta K| = 6mv^2.$

Το ποσοστό Π της κινητικής ενέργειας των τριών σωμάτων πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα λόγω κρούσης είναι ίσο με:

$$\Pi = \frac{Q}{K_{\text{πριν}}} 100 = \frac{6mv^2}{9mv^2} 100 \Rightarrow \Pi = \frac{2}{3} 100 \ %.$$



Β3. Σωστό το (γ) .



Στην ράβδο ασκούνται, το βάρος $\vec{w}$, οι δυνάμεις στήριξης $\vec{N}_1$ και $\vec{N}_2$ από τα 2 δάκτυλα, η στατική τριβή $\vec{T}_s$ από το δάκτυλο (2) και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}$ από το δάκτυλο (1), όπου $T = \mu N_1$.

Καθώς η ράβδος ισορροπεί:

$$\text{Στον οριζόντιο άξονα } x'x: \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_s = T \quad (1).$$

$$\text{Στον κατακόρυφο άξονα } y'y: \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 + N_2 = w \quad (2).$$

$\Sigma \tau = 0$ (Οι ροπές υπολογίζονται ως προς το Α).

$$-\tau_w + \tau_{N_1} = 0 \Rightarrow w \frac{L}{2} = N_1 \left(L - \frac{L}{8} \right) \Rightarrow N_1 = \frac{8w}{14}.$$

$$\text{Από την (2): } N_2 = w - N_1 = w - \frac{8w}{14} \Rightarrow N_2 = \frac{6w}{14}.$$

Την στιγμή που η ράβδος είναι έτοιμη να κινηθεί, η στατική τριβή έχει τη μέγιστη τιμή της, $T_{\text{smax}} = \mu_s N_2$.

$$\text{Από την (1): } \mu_s N_2 = \mu N_1 \Rightarrow \frac{\mu_s}{\mu} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{\mu_s}{\mu} = \frac{4}{3}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η ελάχιστη οριζόντια απόσταση όρους και κοιλάδας είναι ίση με $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$.

$$\text{Άρα: } \frac{\lambda}{2} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,2 \text{ m}.$$

Ο χρόνος ανάμεσα σε 2 διαδοχικά περάσματα μιας στοιχειώδους μάζας από την θέση ισορροπίας της είναι ίσος με $\Delta t = \frac{T}{2}$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης.

$$\text{Άρα: } \frac{T}{2} = 0,1 \text{ s} \Rightarrow T = 0,2 \text{ s}.$$

Επομένως η συχνότητα είναι ίση με $f = \frac{1}{T} = 5 \text{ Hz}$ και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ίση με $v = \lambda f = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ο χρόνος t_Γ που απαιτείται για να φτάσει το κύμα στο σημείο Γ προκύπτει με τη βοήθεια της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.

$$v = \frac{x_\Gamma}{t_\Gamma} \Rightarrow t_\Gamma = \frac{x_\Gamma}{v} \Rightarrow t_\Gamma = 0,8 \text{ s.}$$

Ο χρόνος που απαιτείται για τη μετακίνηση της μάζας (Γ) από τη θέση ισορροπίας της στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης είναι $\Delta t = \frac{T}{4} = 0,05 \text{ s.}$

Άρα η χρονική στιγμή t όπου η στοιχειώδης μάζα (Γ) φτάνει για πρώτη φορά στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης είναι: $t = t_\Gamma + \Delta t$ ή $t = 0,85 \text{ s.}$

Γ2. Εφόσον το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση η εξίσωσή του δίνεται παρακάτω:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,1 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{0,2} \right), \text{ (S.I.)} \Rightarrow$$

$$y = 0,1 \cdot \sin 2\pi (5t - 5x), \text{ (S.I.)}, (x \geq 0).$$

Η χρονική στιγμή t για την οποία θα υπολογίσουμε την απομάκρυνση y της μάζας (Δ) υπολογίζεται παρακάτω:

$t = t_\Delta + \Delta t'$ όπου t_Δ ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το κύμα στο σημείο Δ.

$$v = \frac{x_\Delta}{t_\Delta} \Rightarrow t_\Delta = \frac{x_\Delta}{v} = 1 \text{ s.} \text{ Επομένως } t = 1,25 \text{ s.}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του αρμονικού κύματος:

$$y_\Delta = 0,1 \cdot \sin 2\pi (5 \cdot 1,25 - 5 \cdot 1) \text{ m} = 0,1 \cdot \sin 2,5\pi \text{ m} \text{ ή } y_\Delta = 0,1 \text{ m.}$$

$$\text{Εναλλακτικά: } y_\Delta = A \sin \omega \Delta t' = A \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t' = 0,1 \cdot \sin 2,5\pi \text{ m} \text{ ή } y_\Delta = 0,1 \text{ m.}$$

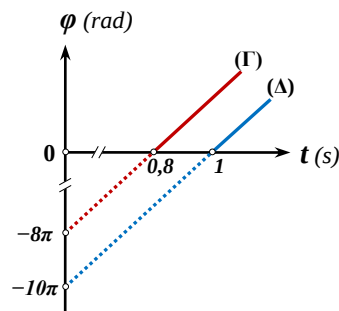
Γ3. Για τη στοιχειώδη μάζα (Γ) :

$$\varphi_\Gamma = 2\pi (5t - 5x_\Gamma) = 2\pi (5t - 4) = 10\pi t - 8\pi \text{ (S.I.)}, t \geq 0,8 \text{ s.}$$

Για τη στοιχειώδη μάζα (Δ) :

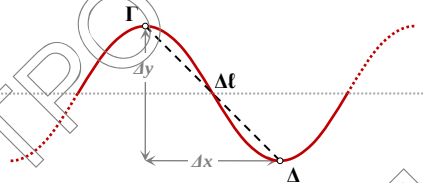
$$\varphi_\Delta = 2\pi (5t - 5x_\Delta) = 2\pi (5t - 5) = 10\pi t - 10\pi \text{ (S.I.)}, t \geq 1 \text{ s.}$$

Οι γραφικές παραστάσεις των παραπάνω φάσεων σε κοινούς άξονες φάσης χρόνου δίνονται παρακάτω:



- Γ4.** Η ταχύτητα του κύματος παραμένει σταθερή γιατί το κύμα διαδίδεται στο ίδιο υλικό μέσο. Άρα $v = \lambda' f' \Rightarrow \lambda' = \frac{v}{f'} = 0,4 \text{ m}$.

Οι στοιχειώδεις μάζες (Γ) και (Δ) απέχουν οριζόντια μεταξύ τους $\Delta x = \frac{\lambda'}{2} = 0,2 \text{ m}$. Επομένως όταν η (Γ) βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς της η (Δ) βρίσκεται στο χαμηλότερο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μεταξύ τους κατακόρυφη απόσταση είναι $\Delta y = 2A = 0,2 \text{ m}$.

Επομένως η απόσταση των (Γ) και (Δ) όταν η (Γ) βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς της είναι ίση με:

$$\Delta l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \text{ ή } \Delta l = 0,2\sqrt{2} \text{ m}.$$

ΘΕΜΑ Α

Δ1. Από την ισορροπία του σώματος Σ_1 έχουμε ότι:

$$\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m_1 g = 40 \text{ N.}$$

Από την ισορροπία του σώματος Σ_2 έχουμε ότι:

$$\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g.$$

Από την ισορροπία του συστήματος των σωμάτων Σ_3 και Σ_4 έχουμε ότι:

$$\Sigma F_{3,4} = 0 \Rightarrow T = (m_3 + m_4)g + F_{ελ} \Rightarrow T = 40 \text{ N.}$$

Για την στροφική ισορροπία του στερεού έχουμε ότι:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_2' \cdot R_2 + T_1' \cdot R_1 = T' \cdot R_2 \Rightarrow T_2' = 20 \text{ N.}$$

$$T_2' = T_2 = m_2 g \Rightarrow \mathbf{m_2 = 2 \text{ kg.}}$$

Για την μεταφορική ισορροπία του στερεού (Σ) έχουμε ότι:

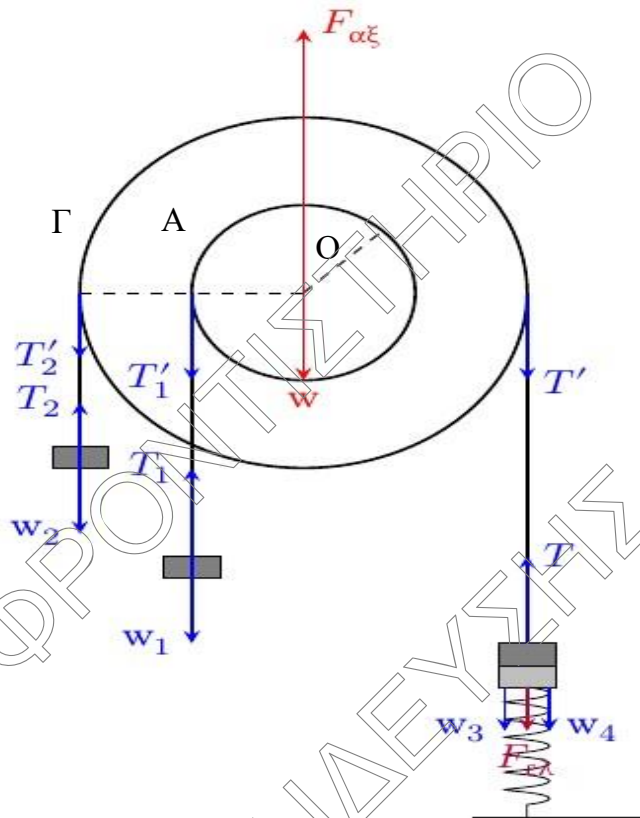
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2' + T_1' + Mg + T' = F_{αξ} \Rightarrow \mathbf{F_{αξ} = 200 \text{ N}}, \text{ με διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα πάνω.}$$

Δ2. Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης των σωμάτων Σ_3 και Σ_4 ισχύει ότι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = (m_3 + m_4)g \Rightarrow k \Delta \ell' = (m_3 + m_4)g \Rightarrow \Delta \ell' = 0,1 \text{ m.}$$

Κατά την έναρξη της κίνησής τους τα σώματα Σ_3 και Σ_4 βρίσκονται σε ακραία θέση της τροχιάς τους. Το πλάτος της ταλάντωσής τους θα είναι

$$\mathbf{A = \Delta \ell + \Delta \ell' = 0,4 \text{ m.}}$$



Για την σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του συστήματος των σωμάτων Σ_3 και Σ_4 ισχύει

$$D = k = (m_3 + m_4) \omega^2, \text{ οπότε}$$

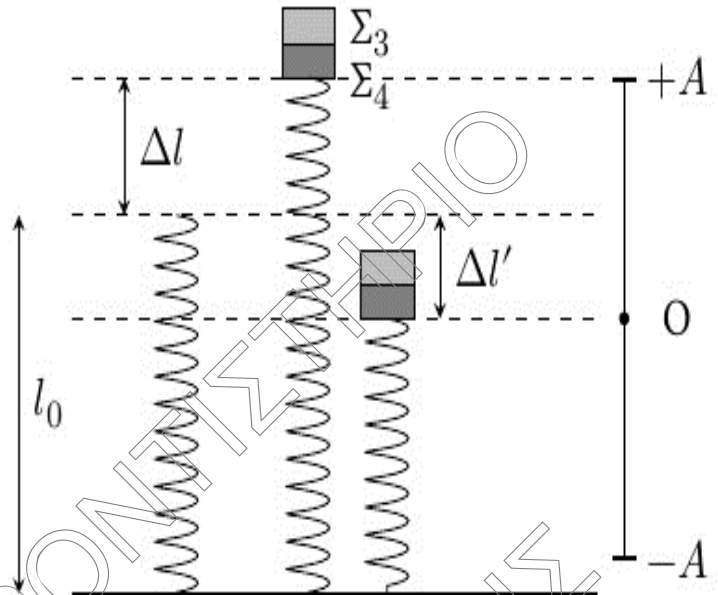
$$\omega = 10 \text{ rad/s.}$$

Την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση $y = +A$, άρα έχει αρχική φάση. Με αντικατάσταση στην γενική εξίσωση $y = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$ έχουμε:

$$A = A \eta \mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = 1. \\ \text{Επομένως } \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad.}$$

Η χρονική συνάρτηση της απομάκρυνσής τους από τη θέση ισορροπίας είναι:

$$y = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow y = 0,4 \eta \mu(10t + \pi/2), (\text{S.I.}).$$



Δ3. Η σταθερά επαναφοράς για την ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ_3 ισούται με:

$$D_3 = m_3 \omega^2 = 50 \text{ N/m.}$$

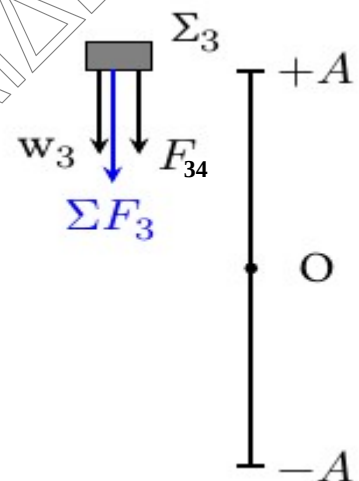
Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_3 = \vec{w}_3 + \vec{F}_{3,4} \Rightarrow -D_3 y = -w_3 + F_{3,4}$$

$$\Rightarrow F_{3,4} = -D_3(+A) + w_3 \Rightarrow F_{3,4} = -50 \cdot (0,4) + 5$$

$$\Rightarrow F_{3,4} = -15 \text{ N.}$$

Δηλαδή η δύναμη $\vec{F}_{3,4}$ που ασκείται από το σώμα Σ_4 στο σώμα Σ_3 έχει μέτρο **15 N** και φορά προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Δ4. Το σώμα Σ_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = \omega R_1$ και το σώμα Σ_2 με ταχύτητα μέτρου $v_2 = \omega R_2$. Αφού $R_2 = 2 R_1$, τότε ισχύει ότι $v_2 = 2 v_1$.

Για τα μέτρα των επιταχύνσεων $\vec{a}_1$ και $\vec{a}_2$ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα θα έχουμε ότι: $a_2 = \frac{dv_2}{dt} = 2 \frac{dv_1}{dt} = 2a_1$.

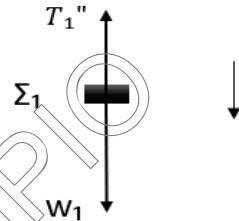
Όταν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συναντηθούν θα έχουν διανύσει διαστήματα s_1 και s_2 αντίστοιχα, για τα οποία ισχύει ότι:

$$s_2 = s_1 + d \Rightarrow \frac{1}{2} a_2 t^2 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + d \Rightarrow \frac{1}{2} 2a_1 t^2 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + d$$

$$\Rightarrow a_1 = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

Κατά την κίνηση του σώματος Σ_1 ισχύει:

$$\Sigma F_1 = m_1 g - T_1'' \Rightarrow T_1'' = 38 \text{ N}.$$



Δ5. Για κάθε κινούμενο σημείο της περιφέρειας των κυλίνδρων, η επιτάχυνση του είναι το διανυσματικό άθροισμα της επιτροχίας επιτάχυνσης και της κεντρομόλου επιτάχυνσης, δηλαδή $\vec{a} = \vec{a}_\epsilon + \vec{a}_\kappa$.

Όλα τα κινούμενα σημεία των κυλίνδρων έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ και την ίδια γωνιακή επιτάχυνση $\vec{a}_\gamma$.

Για τα μέτρα της επιτροχίας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης έχουμε:

$$a_\epsilon = R a_\gamma \text{ και } a_\kappa = \omega^2 R, \text{ αντίστοιχα.}$$

Για το μέτρο της επιτάχυνσης ισχύει:

$$a = \sqrt{a_\epsilon^2 + a_\kappa^2} = \sqrt{(R a_\gamma)^2 + (\omega^2 R)^2} =$$

$R \sqrt{a_\gamma^2 + \omega^4}$, όπου R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που πραγματοποιεί το κάθε σημείο.

Για το σημείο Α έχουμε: $a_A = R \sqrt{a_\gamma^2 + \omega^4}$.

Για το σημείο Γ έχουμε: $a_\Gamma = 2R \sqrt{a_\gamma^2 + \omega^4}$.

οπότε $\frac{a_A}{a_\Gamma} = \frac{1}{2}.$

